

# Zgadywanka

Letni obóz treningowy OIJ, dzień 3.  
22 sierpnia 2021

Kod zadania: **zga**  
Limit czasu: **10+2.5 s**  
Limit pamięci: **256 MB**



Bajtosi wymyśliła liczbę naturalną  $X$  z przedziału  $[1, N]$ . Celem Bajtka jest zgadnąć tę liczbę. Zgadywanie przebiega klasycznie jak w grze mniejszy-wiekszy. Dokładniej, Bajtek pyta Bajtosię „Czy Twoja liczba to  $Y$ ?”, a ta udziela mu jednej z trzech odpowiedzi:

- *Pudło! Moja liczba  $X$  jest mniejsza niż  $Y$ .*
- *Bingo! Moja liczba  $X$  równa się  $Y$ .*
- *Pudło! Moja liczba  $X$  jest większa niż  $Y$ .*

Za zadanie pytania  $Y$  Bajtek musi zapłacić Bajtosi tyle bajtalarów, ile wynosi suma cyfr liczby  $Y$ .

Bajtek zastanawia się jakie pytania zadawać, aby nie skompromitować się przed Bajtosią. Będzie mu bardzo wstyd jeśli wyda choć trochę więcej niż jest to konieczne. Jeśli w pewnym momencie zabawy, na podstawie dotychczasowych odpowiedzi Bajtosi będzie możliwe odgadnięcie  $X$  płacąc w najgorszym wypadku nie więcej niż  $K$  bajtalarów, a Bajtek wyda od tego momentu więcej niż  $K$  bajtalarów, przegra zabawę. Pomóż Bajtkowi, pisząc program, który będzie podpowiadał Bajtkowi, jakie ma zadawać pytania.

Dodatkowo, Bajtosią czasem (trochę) oszukuje. Nie wyznacza konkretnej liczby  $X$ , ale jej odpowiedzi są spójne: w każdym momencie gry (aż do samego końca) zawsze istnieją możliwe  $X$  zgodne z wszystkimi dotychczasowymi odpowiedziami. Liczba  $X$  jest wtedy ustalana dopiero, kiedy pytania Bajtka wyznaczą ją jednoznacznie. Odpowiedzi Bajtosi mogą zmuszać Bajtka do wydania jak największej liczby bajtalarów.

## Komunikacja

Należy zaimplementować program, który pomoże Bajtkowi korzystając z dostarczonej biblioteki symulującej Bajtosię. Aby użyć biblioteki należy wpisać w swoim programie:

```
#include "zgalib.hpp"
```

Biblioteka udostępni dwie funkcje:

- `int init()` – zwraca  $N$ ,
- `int pytanie(int Y)` – zwraca odpowiedź Bajtosi na zapytanie Bajtka „Czy Twoja liczba to  $Y$ ?”: liczbę  $-1$ ,  $0$  lub  $1$  oznaczającą odpowiednio  $X < Y$ ,  $X = Y$ , lub  $X > Y$ .

Dodatkowo:

- Funkcja `init` powinna zostać wywołana tylko raz, przed wszystkimi pytaniami.
- Twój program powinien się zakończyć natychmiast po tym gdy funkcja `pytanie` zwróci  $0$ .
- Twój program nie może pisać na standardowe wyjście ani czytać ze standardowego wejścia.

Naruszenie któregokolwiek z tych warunków skutkuje komunikatem **Błędna odpowiedź**. Jeśli Twój program nie będzie grał optymalnie, również uzyska taki komunikat.

**Uwaga:** W systemie SIO dostępna jest przykładowa biblioteka `zgalib.hpp`, z którą możesz skompilować i uruchomić swój program. Plik ten należy umieścić w tym samym folderze, w którym znajduje się Twoje rozwiązanie. W przykładowej bibliotece wartości  $N = 15$  i  $X = 9$  ustalone są na stałe, biblioteka udziela prawidłowych odpowiedzi na wywołania funkcji `init` i `pytanie`, ale nie podejmuje żadnej próby oceny optymalności Twoich odpowiedzi.



## Ograniczenia

$$1 \leq N \leq 10\,000.$$

## Ocenianie

Możesz rozwiązać zadanie w kilku prostszych wariantach – niektóre grupy testów spełniają pewne dodatkowe ograniczenia. Poniższa tabela pokazuje, ile punktów otrzyma Twój program, jeśli przejdzie testy z takim ograniczeniem.

Dodatkowe ograniczenia	Liczba punktów
$N \leq 20$	24
$N \leq 100$	41
Bajtosa <b>nie</b> oszukuje	66
$N \leq 4\,000$	85

## Przykład

W teście przykładowym  $N = 15$ ,  $X = 9$ . Tabela poniżej przedstawia możliwą (choć nieoptymalną) interakcję z biblioteką.

Wywołanie funkcji	Wyjaśnienie
<code>init()</code>	Zwraca $N = 15$
<code>pytanie(7)</code>	Zwraca 1 ( $X$ jest większe niż 7). Koszt 7 bajtalarów.
<code>pytanie(13)</code>	Zwraca -1 ( $X$ jest mniejsze niż 13). Koszt 4 bajtalary.
<code>pytanie(10)</code>	Zwraca -1 ( $X$ jest mniejsze niż 10). Koszt 1 bajtalar.
<code>pytanie(8)</code>	Zwraca 1 ( $X$ jest większe niż 8). Koszt 8 bajtalarów.
<code>pytanie(9)</code>	Zwraca 0 ( $X = 9$ ). Koszt 9 bajtalarów.

Powyższa interakcja otrzymałaby werdykt *Błędna odpowiedź*, ponieważ możliwe jest odgadnięcie  $X$  płacąc nie więcej niż 23 bajtalary (a koszt tej interakcji to  $7 + 4 + 1 + 8 + 9 = 29$  bajtalarów).

## Uwagi

Limit czasowy to tego zadania wynosi 10 sekund. W SIO ustawiony jest limit 12.5 sekundy, aby uwzględnić też czas zużyty przez biblioteczkę. SIO wyświetla całkowity czas działania programu (tj. sumę czasu wykorzystanego przez Twój program oraz funkcje biblioteczki).