

Zadanie: ULA

Ułamki



ONTAK 2014, dzień czwarty. Plik źródłowy ula.* Dostępna pamięć: 64 MB.

9.8.2014

W tym zadaniu należy pisać programy w języku ULA, wymyślonym tylko na potrzeby konkursów programistycznych. Język ten nie ma, oczywiście, żadnego praktycznego zastosowania innego niż uprzykrzanie życia zawodnikom.

Specyfikacja języka

Program w języku ULA jest ciągiem ułamków. Programy są wykonywane na wirtualnej maszynie, która pamięta stan – pewną liczbę całkowitą dodatnią. Maszyna w każdym kroku szuka w ciągu pierwszego takiego ułamka, że iloczyn tego ułamka oraz stanu jest liczbą całkowitą. Jeśli taki ułamek istnieje, to maszyna zmienia swój stan na wspomniany iloczyn. W przeciwnym razie maszyna kończy działanie i aktualny stan jest wyjściem programu. *Każde* szukanie ułamka w programie rozpoczyna się od początku ciągu.

Przykład 1 Rozważmy program $(\frac{3}{4}, \frac{10}{9}, \frac{1}{3})$ oraz wejście 32. Maszyna będzie zmieniała stany następująco:

$$32 \xrightarrow{\cdot \frac{3}{4}} 24 \xrightarrow{\cdot \frac{3}{4}} 18 \xrightarrow{\cdot \frac{10}{9}} 20 \xrightarrow{\cdot \frac{3}{4}} 15 \xrightarrow{\cdot \frac{1}{3}} 5$$

Wyjściem tego programu będzie 5.

Przykład 2 Rozważmy program $(\frac{5}{2}, \frac{5}{3})$ oraz wejście $2^5 \cdot 3^5$. Maszyna będzie zmieniała stany następująco:

$$2^5 \cdot 3^5 \xrightarrow{\cdot \frac{5}{2}} 2^4 \cdot 3^5 \cdot 5^1 \xrightarrow{\cdot \frac{5}{2}} 2^3 \cdot 3^5 \cdot 5^2 \xrightarrow{\cdot \frac{5}{2}} 2^2 \cdot 3^5 \cdot 5^3 \xrightarrow{\cdot \frac{5}{2}} 2^1 \cdot 3^5 \cdot 5^4 \xrightarrow{\cdot \frac{5}{2}} 3^5 \cdot 5^5 \xrightarrow{\cdot \frac{5}{3}} 3^4 \cdot 5^6 \xrightarrow{\cdot \frac{5}{3}} 3^3 \cdot 5^7 \xrightarrow{\cdot \frac{5}{3}} 3^2 \cdot 5^8 \xrightarrow{\cdot \frac{5}{3}} 3^1 \cdot 5^9 \xrightarrow{\cdot \frac{5}{3}} 5^{10}$$

Po dziesięciu krokach maszyna oblicza wynik 5^{10} . Zauważ, że ten program dla liczb postaci $2^x \cdot 3^y$ oblicza 5^{x+y} .

Podzadania

To zadanie składa się z kilku niezależnych podzadań. Każde polega na napisaniu programu w języku ULA, który dla liczby pewnej postaci obliczy określony wynik. Liczba wykonanych operacji (przemnożenia stanu przez ułamek) nie może być większa niż 100 000.

Podzadanie 0 (0 punktów) Napisz program, który dla liczby postaci $2^x \cdot 3^y$ oblicza 5^{x+y} .

Ograniczenia: $0 \leq x, y \leq 5$.

Podzadanie 1 (10 punktów) Napisz program, który dla liczby postaci $2^x \cdot 3^y \cdot 5$ oblicza 5, w przypadku, gdy $x = y$ lub 7, gdy $x \neq y$.

Ograniczenia: $0 \leq x, y \leq 100$.

Podzadanie 2 (13 punktów) Napisz program, który dla liczby postaci $2^x \cdot 3$ oblicza $2^{\lfloor \frac{x}{2} \rfloor}$ (2 do potęgi $\lfloor \frac{x}{2} \rfloor$).

Ograniczenia: $0 \leq x \leq 100$.

Podzadanie 3 (17 punktów) Napisz program, który dla liczby postaci $2^x \cdot 3^y \cdot 7$ oblicza $2^x \cdot 3^y \cdot 5^{x+y}$.

Ograniczenia: $0 \leq x, y \leq 100$.

Podzadanie 4 (20 punktów) Napisz program, który dla liczby postaci $2^x \cdot 3^y \cdot 5^z \cdot 11$ oblicza $7^{\text{median}(x, y, z)}$, gdzie zapis $\text{median}(x, y, z)$ oznacza medianę, czyli liczbę, która trafi na środkową pozycję po posortowaniu ciągu x, y, z .

Ograniczenia: $0 \leq x, y, z \leq 100$. Otrzymasz 10 punktów, jeśli Twój program da poprawny wynik i dodatkowe 10 punktów, jeśli Twój program wykona nie więcej niż 60 operacji.

Podzadanie 5 (40 punktów) Napisz program, który dla liczby postaci 2^x oblicza $3^{\lceil \sqrt{x} \rceil}$.

Ograniczenia: $0 \leq x \leq 5\,000$.

Wejście i wyjście

W pierwszym wierszu wejścia znajduje się jedna liczba całkowita – numer podzadania. Na wyjście wypisz program w języku ULA. W pierwszym wierszu wypisz jedną liczbę całkowitą d ($0 \leq d \leq 50$) – liczbę ułamków. W każdym z kolejnych d wierszy wypisz po dwie liczby całkowite l_i oraz m_i ($1 \leq l_i, m_i \leq 10^9$, $\text{NWD}(l_i, m_i) = 1$) – licznik i mianownik i -tego ułamka w ciągu. Na przykład program z pierwszego przykładu należy zapisać następująco:

```
3
3 4
10 9
1 3
```

Eksperymenty

W dziale *Pliki* dostępne jest archiwum z programem interpretującym język ULA. Można go uruchomić poleceniem:

```
./ulainterp.py <plik z programem>
```

gdzie <plik z programem> jest ścieżką do pliku zgodnego z formatem opisanym powyżej. Interpreter czyta ze standardowego wejścia stan początkowy maszyny i wypisuje wyjście interpretowanego programu wraz z liczbą wykonanych instrukcji.