

Task: TRE

Tree

english

CPSPC 2016, day 2. Available memory: 256 MB.

29.06.2016

A well-known proverb says that every man should beget a son, build a house and plant a tree. Řehoř of course knows that and because he is quite reasonable, he decided to begin with planting a tree. After some thinking he chose his favourite tree – a binary search tree.

Now he has a sequence a_1, a_2, \dots, a_N of N integers between 1 and N (inclusive), such that each number appears in the sequence exactly once. He plans to insert all these numbers in a binary search tree (he will begin with a tree with one node with number a_1 , then he will insert a_2, a_3, \dots). But before he creates the tree, he wants to know whether it will fit in with the rest of his garden. Specifically, he wants to know the number of nodes at each level of the final tree.

A *binary search tree* is a rooted tree in which every node has at most two children nodes (a left and a right child). There is an integer stored in each node and it holds that all the numbers stored in the left subtree of a particular node are less than the value inside that node, while all the numbers stored in the right subtree are greater.

The *level* of a node is the distance of that node from the root of the tree. Thus the root is the only node with level 0, its children have level 1, their children level 2 and so on.

There is only one possible way of inserting a number in a binary search tree, so that it preserves its properties.

Input

The first line contains one integer N ($1 \leq N \leq 5 \cdot 10^6$), the length of the sequence. The second line contains N space-separated integers a_1, a_2, \dots, a_N .

Please note that the input data is very large in this problem. Consider the memory limit and avoid `iostream` input/output.

Output

Print the number of nodes at each non-empty level of the resulting tree. Print them in ascending order of levels, thus begin with level 0.

Examples

For the input data:

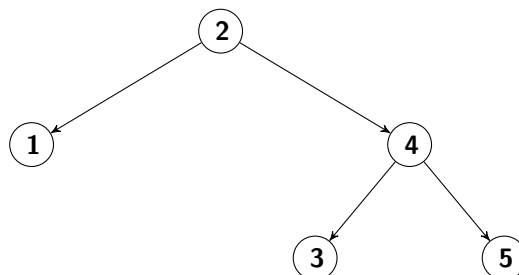
```
5
2 4 3 5 1
```

a correct result is:

```
1 2 2
```

Explanation to the examples:

The final tree looks like this:



Grading

Subtask	Conditions	Points
1	$1 \leq N \leq 1000$	30
2	$1 \leq N \leq 4 \cdot 10^5$	50
3	no special conditions	20

Úloha: TRE

Tree

czech

CPSPC 2016, Den 2. Dostupná paměť: 256 MB.

29.06.2016

Znamé přísloví praví, že každý muž by měl zplodit syna, postavit dům a zasadit strom. Řehoř je si toho samozřejmě vědom, a jelikož je celkem rozumný, řekl si, že začne tím stromem. Po chvíli dumání se rozhodl pro svůj oblíbený strom – binární vyhledávací strom.

Nyní má posloupnost a_1, a_2, \dots, a_N celých čísel od 1 po N (včetně), kde se každé číslo vyskytuje právě jednou, a hodlá tato čísla postupně vložit do binárního vyhledávacího stromu (začne se stromem s jedním uzlem s číslem a_1 , poté vloží a_2 , pak a_3 atd.). Ale než se do toho pustí, chtěl by vědět, zda se mu strom vůbec vejde do zahrady. Konkrétně by ho pro každou úroveň stromu zajímalo, kolik na ní bude uzlů.

Binární vyhledávací strom je zakořeněný strom, kde každý uzel má nejvýše dva syny (levého a pravého). V každém uzlu je uloženo jedno číslo a pro každý uzel (označme a číslo v něm uložené) platí, že čísla uložená v jeho levém podstromu jsou menší než a , zatímco čísla uložená v jeho pravém podstromu jsou větší než a .

Úroveň uzlu rozumíme jeho vzdálenost od kořene. Tedy kořen je jediným uzlem na úrovni 0, jeho synové jsou na úrovni 1 atd.

Všimněte si, že vždy existuje jediný způsob, jak vložit novou hodnotu do binárního vyhledávacího stromu, aby byly zachovány jeho vlastnosti.

Vstup

První řádek vstupu obsahuje celé číslo N ($1 \leq N \leq 5 \cdot 10^6$) – délku Řehořovy posloupnosti. Druhý řádek obsahuje N mezerami oddělených celých čísel a_1, a_2, \dots, a_N .

Dejte si pozor na to, že vstupní data u této úlohy jsou opravdu velmi velká. Zejména se tedy vyhněte načítání vstupu přes `iostream` a rovněž si dejte pozor na paměťový limit.

Výstup

Na jediný řádek výstupu vypište mezerami oddělené počty uzlů na jednotlivých neprázdných úrovních výsledného stromu, a to v rostoucím pořadí úrovní, počínaje úrovní 0.

Příklad

Pro vstupní data:

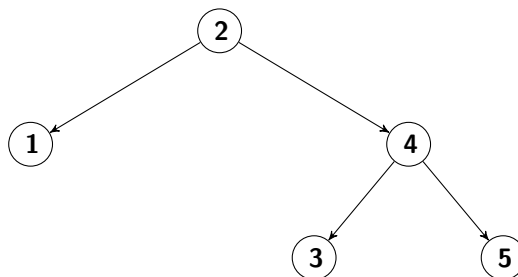
5
2 4 3 5 1

je správný výstup:

1 2 2

Vysvětlení příkladů:

Výsledný strom vypadá následovně:



Hodnocení

Podúloha	Další omezení	Body
1	$1 \leq N \leq 1000$	30
2	$1 \leq N \leq 4 \cdot 10^5$	50
3	žádné speciální podmínky	20

Zadanie: TRE

Drzewo

polish

CPSPC 2016, dzień 2. Dostępna pamięć: 256 MB.

29.06.2016

Pewne znane przysłowie mówi, że każdy mężczyzna powinien wybudować dom, zasadzić drzewo i spłodzić syna. Bajtazar ceni sobie ten porządek rzeczy, dlatego postanowił zacząć od zasadzenia drzewa. Po krótkim namyśle wybrał swój ulubiony gatunek – drzewo poszukiwań binarnych (BST).

Drzewo poszukiwań binarnych to drzewo, w którym każdy wierzchołek ma co najwyżej dwoje dzieci (lewe i prawe). W każdym wierzchołku drzewa jest liczba (zwana *kluczem*). Wszystkie klucze w lewym poddrzewie wierzchołka (czyli lewe dziecko i jego potomkowie) muszą być mniejsze od klucza wierzchołka, wszystkie klucze w prawym poddrzewie – większe od klucza wierzchołka. Można udowodnić, że przy wstawianiu nowego klucza do drzewa BST zawsze jest tylko jedno miejsce, na którym może on się ostatecznie znaleźć.

Bajtazar ma teraz ciąg liczb naturalnych a_1, a_2, \dots, a_N taki, że każda liczba między 1 a N występuje w nim dokładnie raz. Wszystkie te liczby zamierza wstawić kolejno do drzewa BST (zacznie od pojedynczego wierzchołka o kluczu a_1 , potem wstawi a_2 , potem a_3 , i tak dalej). Jednak zanim stworzy drzewo, chciałby wiedzieć, jak dobrze będzie mu ono pasować do ogrodu – dokładniej, chce wiedzieć, ile wierzchołków będzie się znajdowało na każdym poziomie drzewa.

Poziom wierzchołka to jego odległość od korzenia. Korzeń jest jedynym wierzchołkiem na poziomie 0, jego dzieci mają poziom 1, ich dzieci poziom 2, i tak dalej.

Wejście

Pierwszy wiersz wejścia zawiera liczbę całkowitą N ($1 \leq N \leq 5 \cdot 10^6$) – długość ciągu Bajtazara. Drugi wiersz zawiera N liczb całkowitych a_1, a_2, \dots, a_N .

W tym zadaniu jest bardzo dużo danych na wejściu. Prosimy zwrócić uwagę na limit pamięci, a także unikać strumieniowego czytania wejścia.

Wyjście

Wypisz wiersz zawierający liczbę wierzchołków drzewa na kolejnych poziomach (o ile są niepuste!), zaczynając od poziomu 0.

Przykłady

Dla danych wejściowych:

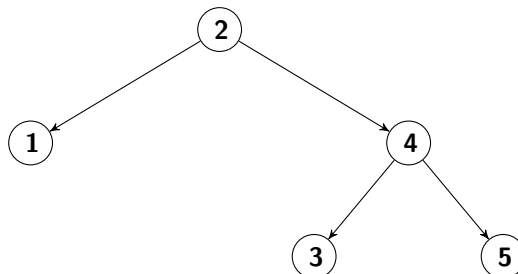
5
2 4 3 5 1

poprawnym wynikiem jest:

1 2 2

Wyjaśnienie do przykładu:

Po wszystkich wstawieniach drzewo wygląda tak:



Ocenianie

Podzadanie	Ograniczenia	Punkty
1	$1 \leq N \leq 1000$	30
2	$1 \leq N \leq 4 \cdot 10^5$	50
3	bez dodatkowych ograniczeń	20

Úloha: TRE

Strom

slovak

CPSPC 2016, deň 2. Pamäťový limit: 256 MB.

29.06.2016

Známe príslovie hovorí, že každý správny chlap by mal splodiť potomka, postaviť dom a zasadiť strom. Řehoř je správny chlap, a pretože je celkom rozumný, rozhodol sa začať so sadením stromu. Po chvíli uvažovania sa rozhodol zasadiť svoj obľúbený strom – ten binárny vyhľadávací.

Teraz má postupnosť celých čísel a_1, a_2, \dots, a_N , v ktorej sa každé z čísel 1 až N vyskytuje práve raz. Ďalej má v pláne týmito číslami pohnojiť svoj binárny vyhľadávací strom – na začiatku strom obsahuje jediný vrchol, ktorý má číslo a_1 . Potom doňho postupne vkladá a_2, a_3, \dots, a_N . Ale predtým, než strom zasadí, si chce byť istý tým, že strom bude nádherne vynikať v jeho záhrade. Konkrétne, zaujíma ho počet vrcholov na každej úrovni stromu po tom, čo do neho vloží všetky čísla z postupnosti.

Binárny vyhľadávací strom je zakorenený strom spĺňajúci nasledovné požiadavky:

1. Každý vrchol má najviac dvoch synov – ľavého a pravého.
2. V každom vrchole je uložené celé číslo. Platí, že všetky čísla uložené v ľavom podstrome vrcholu sú menšie, ako číslo uložené v tom vrchole. Podobne, všetky čísla uložené v pravom podstrome sú väčšie ako číslo uložené v tom vrchole.

Úroveň vrchola je jeho vzdialenosť od koreňa stromu. (Takže koreň má úroveň 0, jeho synovia majú úroveň 1, ich synovia majú úroveň 2, ...)

Všimnite si, že existuje práve jeden spôsob vloženia čísla do binárneho vyhľadávacieho stromu tak, že sa jeho vlastnosti zachovávajú.

Vstup

Prvý riadok vstupu obsahuje jedno celé číslo 1 – dĺžka postupnosti. ($1 \leq N \leq 5 \cdot 10^6$) Druhý riadok obsahuje N medzerou oddelených celých čísel a_1, a_2, \dots, a_N . (Každé z čísel a až N sa v postupnosti vyskytuje práve raz.)

Upozornenie: Vstupné dáta sú veľmi veľké pre túto úlohu. Majte na pamäti pamäťový limit, a vyvarujte sa používania `iostream` na načítavanie a vypisovanie.

Výstup

Vypíšte počet vrcholov na každej neprázdnej úrovni výsledného stromu. i -te číslo výstupu nech je počet vrcholov stromu s úrovňou $i - 1$.

Príklady

Pre vstup:

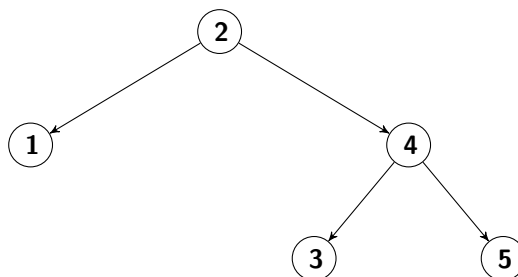
5
2 4 3 5 1

je správny výsledok:

1 2 2

Komentáre:

Výsledný strom vieme graficky znázorniť nasledovne:



Hodnotenie

Podúloha	Ďalšie ohraničenia	Body
1	$1 \leq N \leq 1000$	30
2	$1 \leq N \leq 4 \cdot 10^5$	50
3	žiadne špeciálne obmedzenia	20