Task: HSM
Hypersymmetry

english

ONTAK, day 4. Available memory: 512 MB. *02.07.2022*

A *hypersymmetric matrix* is a matrix recursively defined as follows:

- Each 1×1 matrix is hypersymmetric.
- For $n > 1$, an $n \times n$ matrix is hypersymmetric if it satisfies both of the following conditions:
  - It is symmetric horizontally, vertically, and according to each of the two main (i.e., length-n) diagonals;
  - Let $d = \lfloor n/2 \rfloor$. For each of the four corners of the matrix, the $d \times d$ submatrix in that corner is hypersymmetric.

A binary matrix is a matrix in which each element is 0 or 1. The value of an $n \times n$ binary matrix is an n^2-bit number. The bits (i.e., base-2 digits) of this number are obtained by reading the matrix in row major order – the first row left to right, then the second row left to right, and so on.

Given n and k, consider the values of all hypersymmetric binary matrices of dimensions $n \times n$. Calculate the k-th smallest among all these values.

Input

The first line of input contains the number n ($1 \leq n \leq 10^9$). The second line contains the number k ($1 \leq k \leq 2^{1\,000\,000}$), written in binary. It is guaranteed that the first digit of k is 1 and k does not exceed the number of hypersymmetric binary matrices of the given size.

Output

Let v be the k-th smallest among all values of $n \times n$ hypersymmetric binary matrices. Output one line containing the value ($v \bmod (10^9 + 7)$).

Grading

The task is divided into the following subtasks:

Subtask	Conditions	Points
1	$n \leq 35$	9
2	$n \leq 1\,500$	18
3	$n \leq 100\,000$	35
4	$n \leq 1\,000\,000$	27
5	no additional constraints	11

Examples

For the input data:

```
4
1
```

a correct result is:

```
0
```

For the input data:

```
3
100
```

a correct result is:

```
186
```

Explanation to the examples:

In the first sample as $n = 4$ and $k = 1_2 = 1$, we want the smallest 4×4 hypersymmetric binary matrix. That is clearly a matrix consisting of n^2 zeros, and its value is 0.

In the second sample we have $k = 100_2 = 4$. The 3×3 matrix with the fourth smallest value is the following matrix:

```
010
111
010
```

Its value is $010111010_2 = 186_{10}$.

Zadanie: HSM
Hipersymetria

polish

ONTAK, dzień 4. Dostępna pamięć: 512 MB. *02.07.2022*

Hipersymetryczna macierz jest zdefiniowana rekurencyjnie w następujący sposób:

- Każda macierz 1×1 jest hipersymetryczna.
- Dla $n > 1$, macierz $n \times n$ jest hipersymetryczna jeśli spełnia następujące warunki:
  - Jest symetryczna w pionie, w poziomie i wzdłuż obydwu głównych (długości n) przekątnych.
  - Niech $d = \lfloor n/2 \rfloor$. Dla każdego z czterech rogów macierzy, podmacierz $d \times d$ zaczepiona w tym rogu jest hipersymetryczna.

Macierz jest binarna jeśli składa się tylko z 0 i 1. Wartością macierzy binarnej $n \times n$ jest n^2-bitowa liczba. Bity tej liczby (cyfry w zapisie dwójkowym) uzyskujemy czytając macierz wierszami – najpierw pierwszy wiersz od lewej do prawej, potem drugi wiersz od lewej do prawej, i tak dalej.

Mając dane n oraz k policz k-tą najmniejszą wartość spośród wartości wszystkich hipersymetrycznych macierzy binarnych $n \times n$.

Wejście

Pierwsza linia wejścia zawiera liczbę n ($1 \leq n \leq 10^9$). Druga linia wejścia zawiera liczbę k ($1 \leq k \leq 2^{1\,000\,000}$), zapisaną w systemie binarnym. Jest zagwarantowane, że pierwszy bit k to 1 oraz k nie przekracza liczby hipersymetrycznych macierzy binarnych o podanym rozmiarze.

Wyjście

Niech v będzie k-tą najmniejszą wartością wśród wartości hipersymetrycznych macierzy binarnych $n \times n$. Wypisz pojedynczą linię zawierającą wartość ($v \bmod (10^9 + 7)$).

Ocenianie

Zadanie jest podzielone na następujące podzadania:

Podzadanie	Ograniczenia	Punkty
1	$n \leq 35$	9
2	$n \leq 1\,500$	18
3	$n \leq 100\,000$	35
4	$n \leq 1\,000\,000$	27
5	brak dodatkowych ograniczeń	11

Przykłady

Dla danych wejściowych:

```
4
1
```

poprawnym wynikiem jest:

```
0
```

Dla danych wejściowych:

```
3
100
```

poprawnym wynikiem jest:

```
186
```

Wyjaśnienie do przykładu:

W pierwszym przykładzie $n = 4$ i $k = 1_2 = 1$, więc chcemy najmniejszą wartość hipersymetrycznej macierzy binarnej 4×4. Jest to oczywiście macierz składająca się z n^2 zer i jej wartość to 0.

W drugim przykładzie mamy $k = 100_2 = 4$. Macierz 3×3 z czwartą najmniejszą wartością to następująca macierz:

```
010
111
010
```

Jej wartością jest $010111010_2 = 186_{10}$.

Úloha: HSM
Hypersymetria

slovak

ONTAK, deň 4. Pamäťový limit: 512 MB. *02.07.2022*

Hypersymetrická matica je rekurzívne definovaná následovne:

- Každá 1×1 matica je hypersymetrická.
- Pre $n > 1$, matica $n \times n$ je hypersymetrická ak spĺňa obe nasledovné podmienky:
  - Je súmerná podľa vodorovnej osi, zvislej osi aj oboch diagonálnych osí.
  - Nech $d = \lfloor n/2 \rfloor$. V každom zo štyroch rohov našej matice platí, že podmatica rozmerov $d \times d$ nachádzajúca sa v danom rohu je hypersymetrická.

Binárna matica je taká, v ktorej má každý prvok hodnotu 0 alebo 1. Za hodnotu binárnej matice považujeme n^2-bitové číslo získané tak, že maticu normálne prečítame po riadkoch – prvý zľava doprava, potom druhý zľava doprava, a tak ďalej.

Pre dané n a k treba medzi všetkými hypersymetrickými maticami rozmerov $n \times n$ nájsť tú s k-tou najmenšou hodnotou.

Vstup

V prvom riadku vstupu je číslo n ($1 \leq n \leq 10^9$). V druhom riadku je číslo k ($1 \leq k \leq 2^{1\,000\,000}$), napísané v dvojkovej sústave. Je garantované, že prvá cifra k je 1 a k neprevýši počet hypersymetrických binárnych matíc danej veľkosti.

Výstup

Nech v je k-tá najmenšia spomedzi hodnôt binárnych hypersymetrických matíc rozmerov $n \times n$. Na výstup vypíš jeden riadok a v ňom číslo ($v \bmod (10^9 + 7)$).

Hodnotenie

Je 5 sád vstupov:

Podúloha	Ďalšie ohraničenia	Body
1	$n \leq 35$	9
2	$n \leq 1\,500$	18
3	$n \leq 100\,000$	35
4	$n \leq 1\,000\,000$	27
5	bez ďalších obmedzení	11

Príklady

Pre vstup:

```
4
1
```

je správny výsledok:

```
0
```

Pre vstup:

```
3
100
```

je správny výsledok:

```
186
```

Komentáre:

V prvom ukážkovom vstpe platí $n = 4$ a $k = 1_2 = 1$. Spomedzi hypersymetrických matíc rozmerov 4×4 chceme tú s najmenšou hodnotou. Tou je zjavne matica tvorená n^2 nulami. Jej hodnotou je 0.

V druhom ukážkovom vstpe máme $k = 100_2 = 4$, chceme teda štvrtú najmenšiu hypersymetrickú maticu rozmerov 3×3. Toto je ona:

```
010
111
010
```

Jej hodnota je $010111010_2 = 186_{10}$.

Завдання: HSM
Hypersymmetry

ukrainian

ONTAK, день 4. Обмеження пам'яті: 512 MB. *02.07.2022*

Гіперсиметрична матриця — це матриця, рекурсивно визначена таким чином:

- Кожна матриця 1×1 є гіперсиметричною.
- Для $n > 1$ матриця $n \times n$ є гіперсиметричною, якщо вона задовольняє обидві наступні умови:
  - Вона симетрична горизонтально, вертикально та відповідно до кожної з двох головних (тобто довжина-n) діагоналей;
  - Нехай $d = \lfloor n/2 \rfloor$. Для кожного з чотирьох кутів матриці підматриця $d \times d$ у цьому куті є гіперсиметричною.

Бінарна матриця — це матриця, кожен елемент якої дорівнює 0 або 1. Значення бінарної матриці $n \times n$ є n^2-розрядним числом. Біти (тобто цифри з основою 2) цього числа отримують шляхом читання матриці в порядку старших рядків – перший рядок зліва направо, потім другий рядок зліва направо і так далі.

Дано n і k, розглянемо значення всіх гіперсиметричних бінарних матриць розміром $n \times n$. Обчисліть k-е найменше серед усіх цих значень.

Вхідні дані

Перший рядок містить число n ($1 \leq n \leq 10^9$). Другий рядок містить число k ($1 \leq k \leq 2^{1\,000\,000}$), записане у двійковому форматі. Гарантується, що перша цифра k дорівнює 1 і k не перевищує кількість гіперсиметричних бінарних матриць заданого розміру.

Вихідні дані

Нехай v є k-м найменшим серед усіх значень $n \times n$ гіперсиметричних бінарних матриць. Виведіть один рядок, що містить значення ($v \bmod (10^9 + 7)$).

Оцінювання

Є наступні підзадачі:

Блок	Обмеження	Бали
1	$n \leq 35$	9
2	$n \leq 1\,500$	18
3	$n \leq 100\,000$	35
4	$n \leq 1\,000\,000$	27
5	без додаткових обмежень	11

Приклади

Розглянемо наступні вхідні дані:

```
4
1
```

Можливою коректною відповіддю може бути:

```
0
```

Розглянемо наступні вхідні дані:

```
3
100
```

Можливою коректною відповіддю може бути:

```
186
```

Пояснення до прикладів:

У першому прикладі, якщо $n = 4$ і $k = 1_2 = 1$, нам потрібна найменша гіперсиметрична бінарна матриця 4×4. Очевидно, що це матриця, що складається з n^2 нулів, а її значення дорівнює 0.

У другому прикладі ми маємо $k = 100_2 = 4$. Матриця 3×3 з четвертим найменшим значенням є наступною матрицею:

```
010
111
010
```

Значення $010111010_2 = 186_{10}$.