

# Task: TRE

## Tree reconstruction

english

ONTAK 2022, day 4. Available memory: 512 MB.

02.07.2022

Consider the following operation – given an original graph  $G = (V, E)$ , we build a new graph  $L(G)$  such that:

- the vertices of  $L(G)$  are the edges of  $G$ ;
- two vertices  $e_1, e_2$  of  $L(G)$  are connected if and only if in  $G$  the edges  $e_1, e_2$  share an endpoint.

You are given a graph  $H$ . Determine whether a tree  $T$  such that  $L(T) = H$  exists. If it does, find one.

## Input

The first line of input has the number  $t$  of independent test cases that follow.

Each test case starts with a line with two numbers  $n$  and  $m$ : the number of vertices and the number of edges in the given graph  $H$ . The vertices of  $H$  are numbered from 1 to  $n$ . The rest of the test case are  $m$  lines, each containing a pair of vertices of  $H$  that are connected by an edge. The graph  $H$  is guaranteed to be simple – there are no self-loops and no multiple edges.

In all inputs:  $1 \leq t \leq 10\,000$ ,  $1 \leq n \leq 1000$  and  $0 \leq m \leq n(n-1)/2$ . Additionally, in each input the sum of  $n^2$  over all tests it contains will not exceed  $10^6$ .

## Output

For each test case, first output one line with **YES** if a tree  $T$  with the desired property exists or **NO** if it does not exist.

If  $T$  exists, pick any one such tree. Let  $v$  be the number of its vertices. Number the vertices of your  $T$  from 1 to  $v$  in an arbitrary way. Output a line containing  $v$ . Then, for each edge of your  $T$ , output a line with the numbers of vertices it connects.

## Grading

There are following subtasks:

Subtask	Conditions	Points
1	$T$ always exists and is a path/star	15
2	$n \leq 100, \sum n^2 \leq 10\,000$	55
3	$n \leq 7$	7
4	$n \leq 500$	11
5	no additional constraints	12

In subtask 1 each test case has an answer **YES** and the tree  $T$  is either a path or a star. (A star with  $v$  vertices is a tree that has exactly  $v - 1$  leaves.)

In subtask 2 it is guaranteed that  $n \leq 100$  and within an input the sum of  $n^2$  over all tests does not exceed 10 000.

## Examples

For the input data:

2  
5 7  
3 2  
3 5  
3 1  
2 5  
2 1  
1 5  
1 4  
3 1  
1 2

a correct result is:

**YES**  
6  
1 2  
1 3  
3 4  
3 5  
3 6  
**NO**

# Zadanie: TRE

## Odtwarzanie drzewa

polish

ONTAK 2022, dzień 4. Dostępna pamięć: 512 MB.

02.07.2022

Wyobraźmy sobie następującą operację – mając dany graf  $G = (V, E)$ , budujemy nowy graf  $L(G)$ , w którym:

- wierzchołki  $L(G)$  są krawędziami  $G$ ;
- dwa wierzchołki  $e_1, e_2$  z  $L(G)$  są połączone, jeśli krawędzie  $e_1, e_2$  mają wspólny wierzchołek w  $G$ .

Masz dany graf  $H$ . Rozstrzygnij, czy istnieje drzewo  $T$  takie, że  $L(T) = H$ . Jeśli tak, znajdź takie drzewo i je wypisz.

## Wejście

Pierwszy wiersz wejścia zawiera liczbę zestawów danych  $t$ , z których każdy musi być rozwiązany osobno.

Każdy zestaw zaczyna się wierszem zawierającym dwie liczby  $n$  i  $m$ : liczbę wierzchołków i krawędzi danego grafu  $H$ . Wierzchołki  $H$  są numerowane od 1 do  $n$ . Później następuje  $m$  wierszy, każdy zawierający parę wierzchołków z  $H$  połączonych krawędzią. Graf  $H$  jest grafem prostym, bez pętli i krawędzi wielokrotnych.

We wszystkich testach zachodzi:  $1 \leq t \leq 10\,000$ ,  $1 \leq n \leq 1000$  oraz  $0 \leq m \leq n(n-1)/2$ . Dodatkowo, suma wartości  $n^2$  we wszystkich zestawach danych nie przekracza  $10^6$ .

## Wyjście

Dla każdego zestawu danych, wypisz YES jeśli drzewo  $T$  o pożądanym własnościach istnieje, zaś NO jeśli nie istnieje.

Jeśli  $T$  istnieje, wypisz jedno z możliwych rozwiązań. Niech  $v$  będzie liczbą wierzchołków. Wierzchołki Twojego drzewa  $T$  ponumeruj od 1 do  $v$  w dowolnej wybranej kolejności. Na wyjście wypisz wiersza zawierający liczbę  $v$ , a potem dla każdej krawędzi  $T$ , wypisz w osobnym wierszu parę wierzchołków, które łączy.

## Ocenianie

Zestaw testów dzieli się na następujące podzadania:

Podzadanie	Ograniczenia	Punkty
1	$T$ zawsze istnieje i jest ścieżką/gwiazdą	15
2	$n \leq 100, \sum n^2 \leq 10\,000$	55
3	$n \leq 7$	7
4	$n \leq 500$	11
5	bez dodatkowych ograniczeń	12

W podzadaniu 1 odpowiedź to zawsze YES, a drzewo  $T$  jest albo ścieżką, albo gwiazdą. (Gwiazda o  $v$  wierzchołkach to drzewo, które ma dokładnie  $v - 1$  liści.)

W podzadaniu 2 zachodzi  $n \leq 100$ , a dodatkowo suma wartości  $n^2$  we wszystkich zestawach danych nie przekracza 10 000.

## Przykłady

Dla danych wejściowych:

2  
5 7  
3 2  
3 5  
3 1  
2 5  
2 1  
1 5  
1 4  
3 1  
1 2

poprawnym wynikiem jest:

YES  
6  
1 2  
1 3  
3 4  
3 5  
3 6  
NO

# Úloha: TRE

## Rekonštrukcia stromu

slovak

ONTAK 2022, deň 4. Pamäťový limit: 512 MB.

02.07.2022

Uvažujme nasledujúcu operáciu – máme daný graf  $G = (V, E)$ , a chceme vytvoriť nový graf  $L(G)$  pre ktorý platí, že:

- vrcholy  $L(G)$  sú hrany  $G$ ;
- dva vrcholy  $e_1, e_2$  z  $L(G)$  sú spojené hranou práve vtedy, ak v  $G$  hrany  $e_1, e_2$  zdieľajú spoločný vrchol.

Daný je graf  $H$ . Zistite, či existuje strom  $T$ , pre ktorý platí  $L(T) = H$ . Ak áno, nájdite ho.

## Vstup

Prvý riadok obsahuje počet testov  $t$ , ktoré budú nasledovať.

Každý test začína riadkom s dvoma číslami  $n$  a  $m$ : počet vrcholov a počet hrán v danom grafe  $H$ . Vrcholy grafu  $H$  sú očíslované od 1 do  $n$ .

Zvyšok testu tvorí  $m$  riadkov, z ktorých každý obsahuje dvojicu vrcholov  $H$ , ktoré sú spojené hranou. Graf  $H$  bude zaručene jednoduchý – nie sú v ňom žiadne slučky a žiadne viacnásobné hrany.

Pre všetky vstupy platí:  $1 \leq t \leq 10\,000$ ,  $1 \leq n \leq 1000$  a  $0 \leq m \leq n(n-1)/2$ . Taktiež pre každý vstup platí, že súčet  $n^2$  vo všetkých testoch neprekročí  $10^6$ .

## Výstup

V každom teste najprv vypíšte na jeden riadok "YES", ak existuje strom  $T$  s požadovanými vlastnosťami alebo "NO", ak neexistuje.

Ak  $T$  existuje, vyberte ktorýkoľvek strom, čo spĺňa podmienky. Nech  $v$  je počet jeho vrcholov. Očíslujte vrcholy vášho stromu  $T$  od 1 do  $v$  ľubovoľným spôsobom. Vypíšte na jeden riadok hodnotu  $v$ . Potom pre každú hranu vášho  $T$  vypíšte riadok s číslami vrcholov, ktoré spája.

## Hodnotenie

Je 5 sád vstupov:

Podúloha	Ďalšie ohraničenia	Body
1	$T$ určite existuje a je to buď cesta alebo hviezda	15
2	$n \leq 100, \sum n^2 \leq 10\,000$	55
3	$n \leq 7$	7
4	$n \leq 500$	11
5	bez ďalších obmedzení	12

V sade 1 je v každom teste odpoveď YES a strom  $T$  je buď cesta alebo hviezda. (Hviezda s  $v$  vrcholmi je strom, ktorý má presne  $v - 1$  listov.)

V sade 2 je zaručené, že  $n \leq 100$  a v rámci vstupu súčet  $n^2$  vo všetkých testoch nepresiahne 10 000.

## Príklady

Pre vstup:

2  
5 7  
3 2  
3 5  
3 1  
2 5  
2 1  
1 5  
1 4  
3 1  
1 2

je správny výsledok:

YES  
6  
1 2  
1 3  
3 4  
3 5  
3 6  
NO

# Завдання: TRE

## Tree reconstruction

ukrainian

ОНТАК 2022, день 4. Обмеження пам'яті: 512 МВ.

02.07.2022

Розглянемо таку операцію: задано початковий граф  $G = (V, E)$ , ми будемо новий граф  $L(G)$  так, що:

- вершини  $L(G)$  є ребрами  $G$ ;
- дві вершини  $e_1, e_2$  графа  $L(G)$  з'єднані тоді і тільки тоді, коли в  $G$  ребра  $e_1, e_2$  мають спільну вершину.

Вам надано граф  $H$ . Визначте, чи існує дерево  $T$  таке, що  $L(T) = H$ . Якщо так, знайдіть його.

## Вхідні дані

У першому рядку вхідних даних міститься число  $t$  — кількість незалежних тестових випадків, які йдуть далі.

Кожен тест починається з рядка з двома числами  $n$  і  $m$ : кількістю вершин і кількістю ребер у даному графі  $H$ . Вершини  $H$  пронумеровані від 1 до  $n$ . Решта тесту — це  $m$  рядків, кожен з яких містить пару вершин  $H$ , з'єднаних ребром. Граф  $H$  гарантовано простий — у ньому немає петель і кратних ребер.

У всіх вхідних даних:  $1 \leq t \leq 10\,000$ ,  $1 \leq n \leq 1000$  і  $0 \leq m \leq n(n-1)/2$ . Крім того, у кожному вході сума  $n^2$  по всім тестам, які він містить, не перевищуватиме  $10^6$ .

## Вихідні дані

Для кожного тесту спочатку виведіть YES, якщо дерево  $T$  з потрібною властивістю існує або NO, якщо ні.

Якщо  $T$  існує, виберіть будь-яке таке дерево. Нехай  $v$  — кількість його вершин. Пронумеруйте вершини вашого  $T$  від 1 до  $v$  будь-яким способом. Виведіть  $v$ . Потім для кожного ребра вашого  $T$  виведіть вершини, які воно з'єднує.

## Оцінювання

Дано наступні підзадачі:

Блок	Обмеження	Бали
1	$T$ завжди існує, а також є або шляхом, або зіркою	15
2	$n \leq 100, \sum n^2 \leq 10\,000$	55
3	$n \leq 7$	7
4	$n \leq 500$	11
5	по без додаткових обмежень	12

У підзадачі 1 кожен тест має відповідь YES, а дерево  $T$  є або шляхом, або зіркою. (Зірка з  $v$  вершин — це дерево, яке має рівно  $v - 1$  листів.)

У підзадачі 2 гарантується, що  $n \leq 100$  і в межах вхідних даних сума  $n^2$  за всіма тестами не перевищує 10 000.

## Приклади

Розглянемо наступні вхідні дані:

2  
5 7  
3 2  
3 5  
3 1  
2 5  
2 1  
1 5  
1 4  
3 1  
1 2

Можливою коректною відповіддю може бути:

YES  
6  
1 2  
1 3  
3 4  
3 5  
3 6  
NO